

I осенняя олимпиада начальных классов по математике

3

25 октября 2024 года.

Внимательно прочитайте условия задач.

Решать задачи можно в любом порядке.

	4	3	2	4	2
5					Г
1					
3					Х
3					
3					

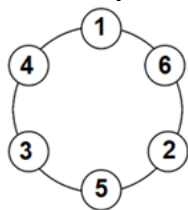
1. В террариуме в Московском зоопарке на клетчатом полу лежала змея. Любитель головоломок Енот зарисовал ее расположение на доске 5x5 клеток и отметил клеточки, где лежат голова (Г) и хвост (Х). Числа слева и сверху означают, сколько клеток занято змеей в соответствующих столбцах и строках. Большая змея полностью занимала каждую клетку, на которой лежала, не касалась сама себя ни в одной точке, и маршрут от головы до хвоста соединял соседние по стороне клетки. Нарисуй по клеточкам, как лежала змея.

	4	3	2	4	2
5					Г
1					
3					Х
3					
3					

Ответ:

2. Расставь по кругу числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6 так, чтобы каждое число было больше или меньше обоих своих соседей.

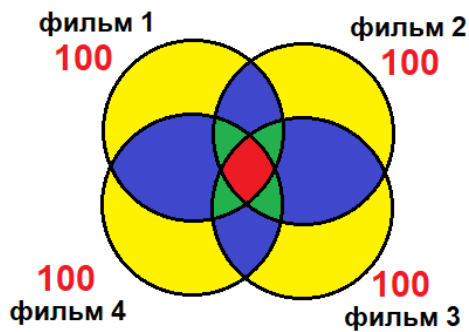
Ответ: проверять, возможны различные варианты, например, так



3. В кинотеатре 100 мест. В школьные каникулы в кинотеатре в течение дня показывали 4 разных фильма, и все места были заняты. 33 школьника посетили все четыре сеанса, 37 школьников были ровно на двух фильмах, 47 школьников посмотрели ровно один фильм. Сколько школьников посмотрели ровно три фильма?

Решение.

Так как во время каждого показа все места были заняты, то каждый фильм посмотрели 100 человек. Нарисуем схему, где каждый круг – это множество детей, посмотревших соответствующий фильм:



Жёлтым цветом выделены те области, в которых находятся школьники, посмотревшие ровно один фильм. Таких школьников по условию 47.

Синим цветом выделены те области, в которых находятся школьники, посмотревшие ровно два фильма. Их всего 37.

Зелёным цветом выделены те области, в которых находятся школьники, посмотревшие ровно три фильма. Их количество нам надо найти.

Красным цветом выделена область, в которой находятся школьники, посмотревшие все четыре фильма. Их всего 33.

Сложим школьников, посмотревших каждый фильм. Получим 400 человек. Здесь один раз учтены дети, посмотревшие ровно один фильм (каждая жёлтая область принадлежит только одному кругу-множеству). Два раза учтены дети, посмотревшие ровно два фильма (каждая синяя область принадлежит двум кругам). Три раза учтены дети, посмотревшие ровно три фильма (каждая зелёная область принадлежит трём кругам). И четыре раза учтены дети, посмотревшие все четыре фильма (красная область принадлежит всем четырём кругам).

Значит, если мы из 400 человек вычтем один раз 47, два раза 37 и четыре раза 33, то получим утроенное количество детей, посмотревших ровно три фильма.

$$400 - 47 - 37 * 2 - 33 * 4 = 147.$$

Значит, было $147 : 3 = 49$ школьников, посмотревших ровно три фильма.

Ответ: 49 школьников.

4. Однажды в субботу Енот, Белка и Заяц устроили соревнования по бегу. Енот сказал: «Я занял 1 место!» И Белка сказала: «Я заняла 1 место!» А Заяц сказал: «Я занял 3 место!» В воскресенье друзья опять решили посоревноваться, и на этот раз никто не занял то же место, что и в субботу. На этот раз Енот сказал: «Я занял 1 место!» Белка сказала: «Я заняла 3 место!» И Заяц сказал: «Я занял 3 место!» Оказалось, что и в субботу, и в воскресенье ровно один из друзей (не обязательно один и тот же) говорил неправду. Как распределялись места в каждый из дней?

Решение.

1 способ.

В субботу Енот и Белка сказали одинаковые фразы. Так как двое не могли занять одно место, то кто-то из них солгал. Оба не могли солгать, так как неправду сказал только один из друзей. Значит, Заяц точно сказал правду, и он занял 3 –е место. В воскресенье Заяц, по условию, уже не занял 3 место. Значит, в воскресенье он солгал. Тогда Енот и Белка в воскресенье сказали правду. То есть, в воскресенье Енот занят 1 место, Белка – 3-е. Для Зайца остаётся 2 место. Значит, в субботу Енот не мог занять 1 место, и это он солгал в субботу. Тогда Белка в субботу сказала правду, она заняла 1 место. 3 место уже у Зайца, для Енота остаётся 2 место.

Таким образом, в субботу 1 место заняла Белка, 2 место – Енот, 3 место – Заяц; в воскресенье 1 место занял Енот, 2 место – Заяц, 3 место – Белка.

2 способ.

В воскресенье никто не занял то же место, что и в субботу. Значит, ни Енот, ни Заяц не могли оба раза сказать правду. То есть, Енот хотя бы 1 раз солгал, и Заяц хотя бы 1 раз солгал. Так как неправду говорил каждый день только кто-то один из друзей, то солгали они в разные дни ровно по 1 разу.

Значит, Белка оба раза сказала правду. В субботу она заняла 1 место, а в воскресенье – 3-е. Тогда в субботу солгал Енот, а Заяц сказал правду. То есть, в субботу у Зайца 3 место, а Еноту остаётся 2 место. А в воскресенье солгал Заяц, а Енот сказал правду. То есть, в воскресенье у Енота 1 место, а у Зайца – 2 место.

Ответ: Суббота: 1 место – Белка, 2 место – Енот, 3 место – Заяц.

Воскресенье: 1 место – Енот, 2 место – Заяц, 3 место – Белка.

5. Бережливый Енот решил отправить телеграмму своим друзьям. Почта в деревне, где он остановился, работала особенным образом – одинаковые буквы в телеграмме стоили одинаково, а разные могли стоять по-разному. Енот обнаружил, что слово ЕНОТ на 7 рублей дороже, чем слово НОТА, ТОН на 5 рублей дороже, чем НЕТ, а вот ДНО и НОЖ стоят одинаково. Какое слово дороже на этой странной почте, ГОРОД или ГАРАЖ, и на сколько?

Решение.

В словах ЕНОТ и НОТА различные только буквы Е и А, остальные одинаковые. Значит, буква Е на 7 рублей дороже, чем буква А.

В словах ТОН и НЕТ различные буквы только О и Е, остальные одинаковые. Значит, буква О на 5 рублей дороже, чем буква Е.

В словах ДНО и НОЖ различные буквы только Д и Ж, остальные одинаковые. Но, раз эти слова стоят одинаково, то и буквы Д и Ж стоят одинаково.

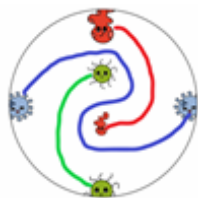
Если в словах ГОРОД и ГАРАЖ уберём одинаково стоящие буквы (две Г, две Р и пару Д и Ж), останется две буквы О и две буквы А.

Так как О на 5 рублей дороже, чем Е, а Е на 7 рублей дороже, чем А, то О на 12 рублей дороже, чем А. Тогда две О на 24 рубля дороже, чем две А.

Таким образом, слово ГОРОД дороже, чем слово ГАРАЖ на 24 рубля.

Ответ: ГОРОД, на 24 рубля.

6. В круглой чашке каждый микроб хочет найти такого же себе в пару. Соедини каждую пару микробов одного вида непрерывной линией, не выходящей за пределы чашки, так, чтобы никакие две линии не пересекались.



Ответ:

7. Белочка каждый день в течение недели утром собирала ровно 6 грибов. Вечером она делила все имеющиеся у нее на тот момент грибы на равные кучки, одну кучку съедала, а остальные складывала в погреб. На следующий день то же самое – доставала из погреба все грибы, добавляла к ним 6, собранных утром, делила на равные кучки и одну кучку съедала. В последний день недели вечером она разделила все грибы на 4 кучки и съела 6 грибов. Сколько всего грибов съела белочка за неделю?

Решение.

Белочка собирала 7 дней по 6 грибов. Значит, всего она собрала за неделю $6 \cdot 7 = 42$ гриба. Больше грибов у неё ниоткуда не прибавлялось. Так как в последний вечер все грибы она разделила на 4 кучки и съела 6 грибов, то в каждой кучке было по 6 грибов. То есть, в конце осталось $6 \cdot 3 = 18$ грибов.

Значит, за неделю она съела $42 - 18 = 24$ гриба.

Ответ: 24 гриба.

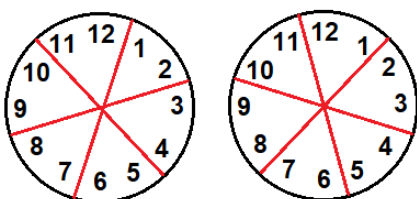
8. У Енота-часовщика было двое одинаковых часов со стрелками и круглыми циферблатами с цифрами. Циферблат одних часов Енот оставил, как есть, а циферблат вторых распилил на 6 одинаковых по форме частей так, чтобы в каждой части было два соседних по кругу числа. Затем он склеил из них новый циферблат так, чтобы никакие части, которые прежде были соседними, не оказались рядом в том же порядке. Потом он поставил стрелки обоих часов на 12:00 и завел часы. Енот составил табличку соответствия времени старых и новых часов. Посмотри на табличку и скажи, какое время будут показывать новые часы, когда старые часы покажут 11:00?

Старые	Новые
2:00	8:00
8:00	2:00
3:00	9:00
9:00	3:00
11:00	?

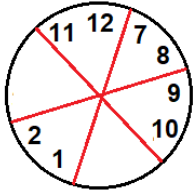
Решение.

С 12 часов до 2 часов на старых часах прошло 2 часа. Так как это правильное время, то столько же времени прошло и на новых, но там часы показывают 8. То есть, на новых часах с 12 до 8 – это 2 часа. Дальше прошло 6 часов, то есть, на новых часах с 8 до 2 – это 6 часов. Затем прошло 7 часов, значит, на новых часах с 2 до 9 – это 7 часов. Потом прошло 6 часов, значит, на новых часах с 9 до 3 – это 6 часов.

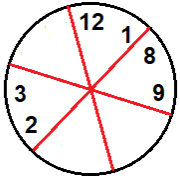
Есть два способа распилить циферблат на 6 одинаковых по форме частей так, чтобы в каждой части было два соседних по кругу числа:



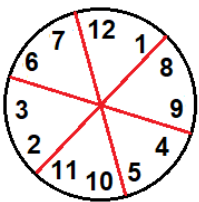
В первом случае, когда мы начнём расставлять части в соответствии с прошедшим временем ($12 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 3$), получим, что уже при переходе от 2 к 9 две части окажутся в том же порядке, что были раньше (7,8 и 9,10):



Во втором случае, переходя по часам ($12 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 3$), получим такой циферблат:



Так как никакие части, которые прежде были соседними, не должны оказаться рядом в том же порядке, то остальные сектора расставляются однозначно:



Теперь можем определить, что, когда на старых часах с 9 до 11 прошло 2 часа, на новых эти 2 часа прошли с 3 до 7.

Ответ: 7 часов.